8주차: 그리디와 혼합 평가

한 번의 스캔으로 가능한 결정

위치마다 이동 가능한 거리가 다를 때 목적지 도달 여부와 최소 이동 횟수를 구합니다. 순환 경로에서는 연료가 바닥나지 않는 출발점을 찾습니다.

모든 선택을 저장하지 않고도 답을 구하려면 버린 후보가 답이 될 수 없다는 근거가 필요합니다. 도달 범위와 누적합으로 그 근거를 확인합니다.

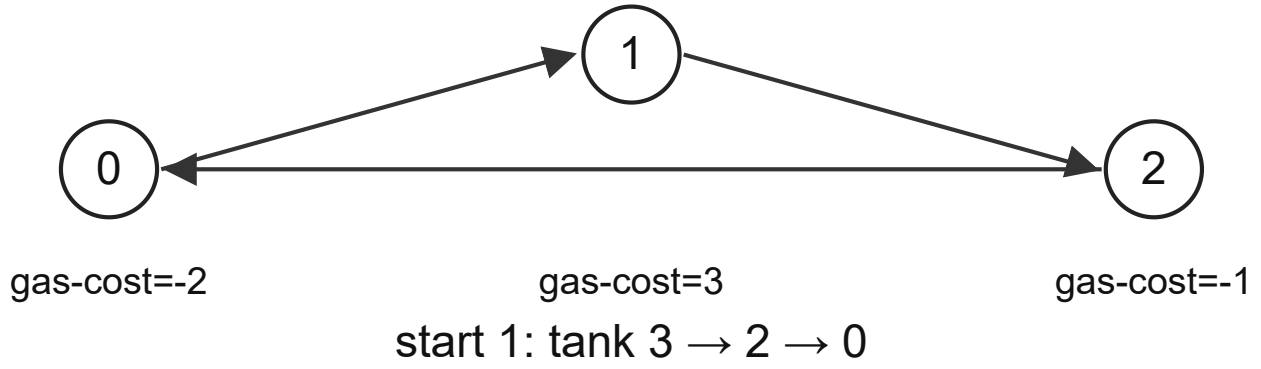
학습 목표

15·16차시: 도달 범위·후보 제거·반례·혼합 평가

- 입력 계약과 경계 조건 확인
- 상태 추적과 Python 구현
- 정당성·시간·보조 공간·출력 공간 설명

버린 후보가 다시 필요하지 않은 이유

그리디 알고리즘은 여러 선택을 저장하기 전에 일부를 제외합니다. 제외한 선택이 나중에 더 좋은 답이 되지 않는 근거가 있어야 합니다. 큰 값부터 고르는 규칙만으로는 그 근거가 생기지 않습니다.



문제	요약하는 정보	후보 제외의 근거
도달 가능성	0부터 farthest까지	이전 위치가 만드는 연속 구간
최소 점프	현재 층 end, 다음 층 farthest	적은 점프의 모든 위치를 먼저 조사
순환 연료 경로	현재 start와 tank	실패한 구간 안의 출발점도 모두 실패

그림에서 전체 차이 합은 0입니다. 출발점 0은 즉시 실패하지만 출발점 1은 잔량 3,2,0으로 완주합니다. 전체 합 검사와 출발점 선택은 서로 다른 역할입니다.

55 · 풀이의 출발점과 실행 추적

LeetCode 55: Jump Game · Medium

각 위치의 최대 전진 거리로 마지막 인덱스에 도달할 수 있는지 판정합니다.

현재 위치의 숫자는 반드시 그만큼 뛰라는 뜻이 아니라 최대 점프 길이입니다. 그래서 도달한 위치가 만드는 구간들이 0부터 연속으로 이어집니다. 그 구간의 가장 먼 끝 farthest만 기억하면 현재 인덱스를 밟을 수 있는지 판단할 수 있습니다.

`nums=[2,0,1,0]`. 갱신 전에 index가 이전 farthest 이내인지 확인합니다.

index	step	이전 farthest	새 farthest
0	2	0	max(0,0+2)=2
1	0	2	max(2,1+0)=2
2	1	2	max(2,2+1)=3
3	0	3	max(3,3+0)=3

마지막 인덱스 3까지 도달하므로 True입니다.

55 · 아이디어를 코드로 옮기기

```
def can_jump(nums):
    farthest = 0
    for index, step in enumerate(nums):
        if index > farthest:
            return False
        farthest = max(farthest, index + step)
    return True
```

도달 불가능한 위치의 step을 읽어 범위를 늘리면 존재하지 않는 경로를 만들어 냅니다. 그래서 `index > farthest` 검사를 갱신보다 먼저 합니다.

`[1,0,2]`에서는 인덱스 2에 도착하기 전에 farthest=1에 막혀 False입니다. 뒤의 2가 아무리 커도 그 칸을 밟을 수 없으면 사용할 수 없습니다.

55 · 정당성·시간·메모리의 근거

이전 도달 집합은 0..farthest의 연속 구간입니다. 도달한 위치에서 최대 step 이내의 모든 거리가 허용되어 같은 형태를 유지합니다. index>farthest면 건널 방법이 없습니다.

n개 원소를 한 번씩 읽으며 각 단계에서 비교·덧셈·max만 수행합니다. 실제 경로를 모두 열거하지 않아 시간은 O(n)입니다. 조기 실패 시 더 짧게 끝나지만 최악에는 끝까지 읽습니다.

경로별 도달 위치를 집합으로 저장하지 않고 연속 구간의 끝 하나만 보관합니다. index, step, farthest 등 고정 개수 변수이므로 보조 공간 O(1)입니다. 모든 작은 점프 길이가 허용된다는 조건이 이 구간 요약을 가능하게 합니다.

45 · 풀이의 출발점과 실행 추적

LeetCode 45: Jump Game II · Medium

마지막 위치까지 필요한 최소 점프 수를 반환합니다.

한 번의 점프로 갈 수 있는 모든 위치를 같은 층으로 생각합니다. 그 층의 위치들을 모두 조사한 뒤 다음 층의 가장 먼 끝을 확정하면, 처음 마지막 위치를 덮는 층 번호가 최소 점프 수입니다. 가장 멀리 한 번 뛰는 경로를 미리 고르지 않습니다.

`nums=[2,3,0,1,0]`. end는 현재 점프 수로 처리할 층의 끝입니다.

index	갱신 farthest	이전 end	갱신 후 jumps,end
0	2	0	1,2
1	4	2	1,2
2	4	2	2,4
3	4	4	2,4

경로 0 → 1 → 4는 두 번입니다. 0 → 2로만 뛰면 0에 막힙니다.

45 · 아이디어를 코드로 옮기기

```
def min_jumps(nums):
    end = farthest = jumps = 0
    for index in range(len(nums) - 1):
        farthest = max(farthest, index + nums[index])
        if index == end:
            jumps += 1
            end = farthest
    return jumps
```

먼저 현재 위치에서 다음 층으로 갈 수 있는 범위를 farthest에 반영합니다. `index == end`가 되면 현재 층을 다 본 것이므로 jumps를 하나 늘리고 end를 farthest로 옮깁니다.

마지막 위치에서는 더 뛸 필요가 없으므로 `range(len(nums)-1)`입니다. 이 문제는 도달 가능을 보장합니다. 보장 없는 입력에는 먼저 can_jump로 가능 여부를 확인해야 합니다.

45 · 정당성·시간·메모리의 근거

현재 레벨의 모든 도달 위치를 스캔한 뒤 다음 최대 범위를 확정합니다. 이는 암묵적 무가중 그래프의 BFS 레벨 확장이므로 더 적은 점프로 끝을 넘을 수 없습니다.

그래프의 모든 점프 간선을 만들면 한 위치에서 많은 간선이 나올 수 있습니다. 이 구현은 각 층의 연속 구간을 두 끝값으로 요약하고 인덱스 n-1개만 훑으므로 O(n) 시간입니다. farthest를 확장해도 이미 지난 위치를 다시 검사하지 않습니다.

end, farthest, jumps와 반복 변수만 저장하여 보조 공간은 O(1)입니다. BFS의 층 개념을 사용하지만 큐를 만들지는 않습니다. 길이 1이면 반복 횟수 0, 반환 점프 수 0입니다.

예시에서 0번 층은 {0}, 한 번 점프로 새로 도달하는 1번 층은 {1,2}, 두 번이면 {3,4}입니다. index=1에서 다음 끝 4를 알아도 index=2까지 현재 층을 마친 뒤 jumps를 2로 확정합니다. end는 실제로 착지할 한 위치가 아니라 이 층에서 조사할 마지막 인덱스입니다.

134 · 풀이의 출발점과 실행 추적

LeetCode 134: Gas Station · Medium

빈 탱크로 출발해 원형 경로를 한 바퀴 도는 시작점을 반환하고 없으면 -1입니다.

한 구간을 지나며 연료가 처음 음수가 되었다면, 그 구간 안의 다른 위치에서도 실패 지점까지 갈 수 없습니다. 원래 출발점에서 그 위치까지 남긴 연료가 0 이상이었으므로, 그 연료 없이 새로 출발하면 더 불리하기 때문입니다. 실패한 구간 전체를 한 번에 제외합니다.

`gas=[1,4,2], cost=[3,1,3]`. total은 전체 합, tank는 현재 후보에서의 합입니다.

index	gas-cost	total	실패 검사 후 tank	start
0	-2	-2	0 (초기화)	1
1	+3	1	3	1
2	-1	0	2	1

출발점 1에서 순서 1 → 2 → 0의 잔량은 3 → 2 → 0입니다.

134 · 아이디어를 코드로 옮기기

```
def gas_start(gas, cost):
    total = tank = start = 0
    for index, (supply, use) in enumerate(zip(gas, cost)):
        total += supply - use
        tank += supply - use
        if tank < 0:
            start, tank = index + 1, 0
    return start if total >= 0 else -1
```

total은 실패해도 초기화하지 않습니다. 한 바퀴 전체의 공급이 소비보다 작은지 판정하는 값입니다. tank만 0으로 만들고 start를 실패 지점 다음으로 옮깁니다.

전체 합이 음수면 어떤 출발점도 불가능합니다. 음수가 아니면 마지막 후보가 최소 누적합 바로 뒤에 있어 한 바퀴를 완주할 수 있습니다. 연료통 용량은 제한이 없고 공급·비용 배열 길이는 같습니다.

134 · 정당성·시간·메모리의 근거

s..i에서 처음 실패했다면 s..j-1의 누적합은 음수가 아닙니다. 따라서 중간 j에서 시작한 j..i 합은 실패 합보다 크지 않아 모두 실패합니다. 전체 합이 음수가 아니면 마지막 후보는 끝 구간을 통과하고, 앞의 제거된 구간을 감싸 돌아도 부족하지 않습니다.

각 출발점에서 n칸씩 따로 시험하면 $O(n^2)$입니다. 실패 구간 안의 출발점을 함께 제외하면 index가 뒤로 돌아가지 않아 n번만 처리합니다. 각 처리의 합·비교가 O(1)이므로 시간 O(n)입니다.

차이 배열을 새로 만들지 않고 zip으로 한 쌍씩 읽습니다. total, tank, start 등 고정 개수의 변수만 보관하므로 보조 공간 O(1)입니다. 반환 인덱스가 한 개라는 사실과 실제 실행 중 배열을 만들지 않는다는 사실을 함께 확인해야 합니다.

실패 구간 제거와 한 바퀴의 누적합

차이가 [2,−1,−3,3]이면 0에서 시작한 잔량은 2→1→−2입니다. 2번에서 처음 실패하므로 시작점 0,1,2를 모두 제외합니다. 1에서 시작해도 −1−3=−4, 2에서는 −3으로 실패합니다.

접두합 P[k]는 처음 k개 차이의 합입니다. 이 예의 P=[0,2,1,−2,1]에서 최소 위치는 3이며, 알고리즘의 새 시작점도 3입니다.

출발 3 이후 방문	계산	잔량
3	3	3
0	3+2	5
1	3+2−1	4
2	3+2−1−3	1

일반적으로 최소 접두합 위치 s 이후의 잔량은 P[k]−P[s]≥0입니다. 앞쪽으로 돌아온 뒤에는 전체 합 P[n]에 P[k]−P[s]를 더합니다. 전체 합이 0 이상이면 이 값도 0 이상이므로 마지막 후보가 순환 구간까지 통과합니다.

200 · 풀이의 출발점과 실행 추적

LeetCode 200: Number of Islands · Medium

문자 격자의 상하좌우로 연결된 육지 덩어리 수를 반환합니다.

육지 한 칸에서 상하좌우 연결을 모두 따라가면 그 섬 전체를 찾습니다. 아직 방문하지 않은 육지를 만날 때만 섬 수를 늘리고 탐색을 시작하면 같은 섬을 여러 번 세지 않습니다. 대각선은 연결에 포함되지 않습니다.

격자 `[["1","1","0"],["0","1","0"],["1","0","1"]]`. 스택 오른쪽이 top이며 좌표는 0부터 셉니다.

동작	stack	seen에 새로 추가	count
(0,0) 시작	[(0,0)]	(0,0)	1
(0,0) pop	[(0,1)]	(0,1)	1
(0,1) pop	[(1,1)]	(1,1)	1
(1,1) pop	[]	없음	1
(2,0), (2,2) 각각 탐색	[]	(2,0), (2,2)	3

200 · 아이디어를 코드로 옮기기

```
def islands(grid):
    rows, cols = len(grid), len(grid[0])
    seen, count = set(), 0
    for row in range(rows):
        for col in range(cols):
            if grid[row][col] != "1" or (row, col) in seen:
                continue
            count += 1
            stack = [(row, col)]
            seen.add((row, col))
            while stack:
                r, c = stack.pop()
                for nr, nc in ((r-1,c),(r+1,c),(r,c-1),(r,c+1)):
                    if (0 <= nr < rows and 0 <= nc < cols
                            and grid[nr][nc] == "1" and (nr,nc) not in seen):
                        seen.add((nr,nc))
                        stack.append((nr,nc))
    return count
```

바깥 두 for는 탐색 시작점을 찾습니다. 안쪽 while은 그 시작점과 연결된 섬 하나를 끝냅니다. `seen.add`를 push 직전에 실행하므로 다른 이웃이 같은 칸을 다시 넣을 수 없습니다.

입력은 문자열 “1”·”0”입니다. 좌표 범위를 확인한 다음 값을 읽으며, 원본 격자는 변경하지 않습니다.

200 · 정당성·시간·메모리의 근거

한 번 시작한 탐색은 연결 경로를 따라 그 성분의 모든 노드와 그 노드만 방문합니다. 이미 표시한 성분은 다시 시작하지 않으므로 시작 횟수가 성분 수입니다.

R·C칸을 한 번 훑습니다. 육지 칸은 seen 때문에 한 번만 push·pop되고, 꺼낼 때 이웃 네 개만 검사합니다. 네 방향은 입력 크기와 무관한 상수라서 해시 연산의 기대 비용을 적용한 시간은 O(RC)입니다. 루프가 중첩되어 보여도 섬 탐색 전체가 매 칸에서 반복되는 것은 아닙니다.

seen에는 최대 RC개 좌표, stack에도 최대 RC개 좌표가 남을 수 있어 보조 공간은 O(RC)입니다. 격자를 직접 표시하면 seen을 없앨 수 있지만, 입력 변경과 탐색 스택의 비용은 여전히 따져야 합니다.

중간 점검

1. `[2,0,0,1]`에서 마지막 위치에 도달 가능한가요?
2. `[2,3,0,1,0]`의 최소 점프 수는?
3. gas=`[1,4,2]`, cost=`[3,1,3]`의 출발점은?
4. 입력 길이가 1인 도달 가능한 배열의 최소 점프 수는?

실습과 참고자료

LeetCode · 55, 45, 134, 200 · 풀이 · Python ZIP

```
python demo_15.py
python demo_16.py
python verify.py
```

학생 파일을 구현한 뒤 `python verify.py --student`로 검사합니다.

Erik Demaine, Srini Devadas. MIT 6.006, Introduction to Algorithms (2011).

혼합 평가